เฉลย homework #6

5.16 จาก $v_g = v - \lambda\frac{dv}{d\lambda}$ (1)

เนื่องจาก $\frac{c}{v} = \sqrt{\mu_r\varepsilon_r}$ ซึ่งสำหรับ *substance* ทั่วไป $\mu_r = 1$

$$\therefore \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}} = v$$

$\because \frac{dv}{d\lambda} = -\frac{v}{2\varepsilon_r}\frac{d\varepsilon_r}{d\lambda}$ (2)

แทน (2) ใน (1) และจัดรูปใหม่ได้เป็น

$$v_g = v\left(1 + \frac{\lambda}{2\varepsilon_r}\frac{d\varepsilon_r}{d\lambda}\right) \qquad (3)$$

จากโจทย์ $\varepsilon_r = A + \frac{B}{\lambda^2} - D\lambda^2$

ดังนั้น $\frac{d\varepsilon_r}{d\lambda} = -2\left(\frac{B}{\lambda^2} + D\lambda^2\right)$

หรือ $\frac{v}{2\varepsilon_r}\ \frac{d\varepsilon_r}{d\lambda} = -\frac{1}{\varepsilon_r}\left(\frac{B}{\lambda^2} + D\lambda^2\right)$ *(4)*

เมื่อแทน *(4)* ใน *(3)* เราจะได้คำตอบ

$$v_g\varepsilon_r = v(A - 2D\lambda^2) \qquad \#$$

5.25 ปัญหาข้อนี้แบ่งออกเป็นสองตอนประกอบด้วย ตอนที่ *1* คลื่นถูกปล่อยจาก *source* ที่กำลังเคลื่อนที่ *(*เครื่องบิน*)* เข้าหา *observer* ที่อยู่นิ่ง *(distance point)* และตอนที่ *2* คลื่นจาก *distance point* *(*พิจารณาเหมือนเป็น *source* ที่อยู่นิ่ง*)* กลับไปยัง เครื่องบิน *(observer)* ที่เคลื่อนที่เข้าหา *source*

ความถี่ในตอนที่ *1* หาได้จาก $f^{/} = f\left(\frac{v}{v-v_s}\right)$ *(1)*

เมื่อ v คืออัตราเร็วของคลื่น และ v_s คือ อัตราเร็วของแหล่งกำเนิดคลื่น

ความถี่ในตอนที่ *2* หาได้จาก $f^{//} = f^{/}\left(\frac{v+v_s}{v}\right)$ *(2)*

แทน *(1)* ใน *(2)* เราได้

$$f^{//} = f\left(\frac{v+v_s}{v-v_s}\right)$$

เนื่องจาก $f^{//} = f + \Delta f, \quad \therefore v_s = \left(\frac{\Delta f}{f}\right)\left(\frac{1}{2+\frac{\Delta f}{f}}\right)v$

แทนค่า $\Delta f = 15 \times 10^3 Hz, f = 3 \times 10^9 Hz, v = 3 \times 10^8 m/s$

$$\therefore v_s = 750\ m/s \qquad \#$$

5.26 การแก้ปัญหาข้อนี้อาจแก้ในเทอมของ *wavelength shift (*เหมือนใน *solution)* หรือ *frequency shift* โดยในที่นี้เราจะหาคำตอบโดยใช้การ *frequency shift* กล่าวคือ *source* ของเราคือ *hot sodium atom* ที่เคลื่อนที่เข้าหาผู้สังเกตที่อยู่นิ่ง ดังนั้นความถี่ของสัญญาณที่ *observer* บันทึกได้เป็นไปตามสมการ $f' = f\left(\frac{v}{v-v_s}\right)$ เนื่องจาก $f' = f + \Delta f$ ดังนั้น

$$f' = f\left(\frac{c}{c-v_s}\right)$$

$$v_s = \frac{\Delta f}{f'}c = \frac{\Delta f}{f+\Delta f}c \qquad (1)$$

เราสามารถหา Δf ได้จาก $f = {}^{c}/_{\lambda}$ (2)

$$|df| = \frac{c}{\lambda^2}d\lambda \qquad (3)$$

แทน *(2), (3)* ใน *(1)* ได้ $v_s = \frac{(\frac{c}{\lambda^2}d\lambda)}{{}^{c}/_{\lambda}+(\frac{c}{\lambda^2}d\lambda)}c$

แทนค่า $\lambda = 6 \times 10^{-7} m, d\lambda = 2 \times 10^{-12} m, c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s},$

$$\therefore v_s \approx 1000\ m/s$$

ถ้าความเร็วนี้เป็น v_{rms} ของ *sodium atom* ความเร็วดังกล่าวขึ้นกับอุณหภูมิตามสมการ

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

เมื่อ *R = 8.314 J mol*$^{-1}$ *K*$^{-1}$ และ *M = molar mass* ของ *sodium* ซึ่งมีค่าเป็น *22.9 g/mol*

แทนค่าต่าง ๆ ลงไปในสมการ เราพบว่าอุณหภูมิที่สอดคล้องควรมีค่าเป็น

$$T = \frac{M(v_{rms})^2}{3R} \approx 918\ K \qquad \#$$